
MÉTODO DE CÁLCULO MULTIVARIANTE PARA ANALIZAR Y PROYECTAR EL COMPORTAMIENTO DE LAS RAZONES FINANCIERAS DE GRUPOS EMPRESARIALES DEL SECTOR EXTRACCIÓN EN COLOMBIA

José Morelos Gómez, Efraín De La Hoz Granadillo y Tomás José Fontalvo Herrera

RESUMEN

Esta investigación tiene por objetivo analizar y proyectar el comportamiento de las empresas del sector extracción en Colombia. Para lo anterior, se calcularon indicadores de productividad y financieros a partir de rubros del balance general y estados de resultados reportados en el Sistema de Información y Riesgo Empresarial en los años 2014 y 2015, los cuales constituyen los dos grupos analizados. Como fundamento teórico se utilizó la técnica de análisis discriminante con el fin de evaluar el cambio de los indicadores de productividad y fi-

nancieros en los dos periodos de manera que se identifiquen las diferencias significativas del sector. Los resultados evidencian que el sector desmejoró los resultados en sus indicadores de productividad y financieros lo que muestra un deterioro del sector. Así mismo, el modelo discriminante mostró un 60,6% de probabilidad para proyectar o clasificar las empresas en los grupos analizados. Se muestra la relevancia y capacidad del análisis discriminante para analizar y proyectar el comportamiento de sectores empresariales en periodos distintos.

Introducción

En el contexto internacional cobra importancia el desempeño del sector de extracción de minerales toda vez que constituye uno de los escenarios económicos más dinámicos que favorece al aprovechamiento de energías y desarrollo de las regiones (Topp *et al.*, 2008). Particularmente, tal ha sido la importancia del sector minero para la economía colombiana, que los aportes en regalías de este sector se cuantificaron para mayo de año 2015, en aproximadamente en 2 billones de pesos, un 65% más que en el año 2010. Así mismo, el sector minero energético registró para el periodo 2011-2013 un crecimiento del 8,5% en promedio, cifra que lo convirtió en verdadero dinamizador de la economía, si se tiene en cuenta que ésta creció 4,9% en el mismo periodo (UPME, 2015).

No obstante, al panorama económico anterior ha cambiado en los últimos años encontrándose en un ciclo de contracción con una disminución en su participación en la economía colombiana (UPME, 2016), debido, entre otros factores, a la crisis generada en los precios de los commodities en el mundo, las restricciones labores en las compañías del sector carbonífero, los retrasos en la asignaciones de licencias ambientales (Ministerio de Minas y Energía, 2010) y la minería ilegal (Juárez, 2016), siendo estos resultados superiores al crecimiento generado por los sectores agrícola y manufacturero. El análisis del comportamiento de los indicadores de productividad y financieros del sector extractivo, se convierten en insumo relevante para la planeación estratégica y competitividad de las em-

presas del clúster de minerales. Por lo anterior, en esta investigación se analizaron los indicadores de productividad y financiero del sector extractivo con lo cual se dio respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Qué criterios utilizar para obtener las razones financieras y de productividad que permitan analizar el comportamiento del grupo empresarial de la industria extractiva en Colombia en diferentes periodos?, ¿Cómo establecer un método para evaluar el comportamiento de las razones financieras y de productividad en el sector extractivo de Colombia?, ¿Cómo analizar el mejoramiento financiero y productivo de una empresa en dos periodos comparativos?, ¿Qué criterios utilizar para identificar la importancia discriminante de las razones utilizadas en los periodos de comparación?

Considerando las preguntas problemas de esta investigación, el objetivo de esta fue establecer un Método de cálculo multivalente para analizar y proyectar el comportamiento de las razones financieras de grupos empresariales del sector extracción en Colombia. Para lo cual el tipo de investigación en este trabajo fue de corte empírico y racionalista, toda vez que parte de información real histórica y por medio de los indicadores establecidos se realiza un análisis racional. Lo anterior, fundamentado en la aplicación de la técnica de análisis discriminante multivariado (ADM; Lai *et al.*, 2013). Para el análisis, se utilizaron los indicadores de productividad y financieros indicados en la Tabla I, lo que permitió evaluar el comportamiento y las diferencias significativas presentadas en los dos periodos analizados 2014 y 2015.

PALABRAS CLAVE / Análisis discriminante / Indicadores financieros / Productividad /

Recibido: 09/03/2017. Modificado: 05/09/2018. Aceptado: 08/09/2018.

José Morelos Gómez. Magister en Administración, Universidad Nacional de Colombia. Profesor, Universidad de Cartagena, Colombia.

Efraín De La Hoz Granadillo. Doctor en Ingeniería Industrial, Universidad del Norte, Colombia. Profesor, Universidad de Cartagena, Colombia.

Tomás José Fontalvo Herrera. Doctor en Administración de Empresas, Atlantic International University, Colombia. Profesor, Universidad de Cartagena, Colombia.

DISCRIMINANT ANALYSIS METHOD TO EVALUATE AND PROJECT THE BEHAVIOR OF FINANCIAL INDICATORS OF COMPANIES IN THE MINING SECTOR IN COLOMBIA

José Morelos Gómez, Efraín De La Hoz Granadillo and Tomás José Fontalvo Herrera

SUMMARY

This research aims to analyze and project the behavior of companies in the mining sector in Colombia. For this, productivity and financial indicators are calculated from balance sheet items and income statements reported in the System Information and Business Risk in 2014 and 2015, which constitute the two groups analyzed. The discriminant analysis technique was used to evaluate the change of the productivity and financial indicators in the two periods in order to identify the

significant differences in the sector. The results show that the sector worsened the results in its productivity and financial indicators, which shows a deterioration in the sector. Likewise, the discriminant model showed a 60.6% probability to project or classify the companies in the groups analyzed. The relevance and capacity of the discriminant analysis to analyze and project the behavior of business sectors in different periods is shown.

MÉTODO ESTATÍSTICO MULTIVARIADO PARA ANALISAR E PROJETAR O COMPORTAMENTO DOS RÁCIOS FINANCEIROS DE GRUPOS EMPRESARIAIS DO SETOR EXTRAÇÃO NA COLÔMBIA

José Morelos Gómez, Efraín De La Hoz Granadillo e Tomás José Fontalvo Herrera

RESUMO

Esta investigação tem por objetivo analisar e projetar o comportamento das empresas do setor extração na Colômbia. Para isto, se calcularam indicadores de produtividade e financeiros a partir de itens do balanço geral e estados de resultados divulgados no Sistema de Informação e Risco Empresarial nos anos 2014 e 2015, os quais constituem os dois grupos analisados. Como fundamento teórico se utilizou a técnica de análise discriminante com o fim de avaliar a mudança dos indicadores de produtividade e financeiros

nos dois períodos para, desta forma, identificar as diferenças significativas do setor. Os resultados mostram que o setor teve queda em seus indicadores de produtividade e financeiros o que evidencia um deterioro do setor. Da mesma forma, o modelo discriminante revelou 60,6% de probabilidade para projetar ou classificar as empresas nos grupos analisados. Destaca-se a relevância e capacidade de análise discriminante para projetar o comportamento de setores empresariais em períodos distintos.

TABLA I
INDICADORES UTILIZADOS DE PRODUCTIVIDAD Y FINANCIEROS

| Indicador | Nombre | Ecuación |
|-----------|---|---|
| IP1 | Razón utilidad bruta y valor agregado | $\frac{\text{Utilidad bruta} \times 100}{\text{Valor agregado (ventas - pagos a proveedores + inventarios)}}$ |
| IP2 | Razón utilidad operacional y valor agregado | $\frac{\text{Utilidad operacional} \times 100}{\text{Valor agregado (ventas - pagos a proveedores + inventarios)}}$ |
| IP3 | Razón utilidad neta y valor agregado | $\frac{\text{Utilidad neta} \times 100}{\text{Valor agregado (ventas - pagos a proveedores + inventarios)}}$ |
| IP4 | Productividad del capital | $\frac{\text{Valor agregado} \times 100}{\text{Capital operativo (activos corrientes y fijos)}}$ |
| IP5 | Razón utilidad operacional y capital de trabajo | $\frac{\text{Utilidad operacional} \times 100}{\text{Capital operativo (activos corrientes y fijos)}}$ |
| IP6 | Razón utilidad neta y capital de trabajo | $\frac{\text{Utilidad neta} \times 100}{\text{Capital operativo (activos corrientes y fijos)}}$ |
| IF1 | Margen bruto | $\frac{\text{Utilidad bruta} \times 100}{\text{Ventas netas}}$ |
| IF2 | Margen operacional | $\frac{\text{Utilidad operacional} \times 100}{\text{Ventas netas}}$ |
| IF3 | Margen neto | $\frac{\text{Utilidad neta} \times 100}{\text{Ventas netas}}$ |

La productividad empresarial es comúnmente conocida como la relación entre la medida de las unidades que salen y la

medida de los recursos o insumos que entran en un proceso; Diewert, 2012; Galp, 2013). Asimismo, Ccollana-Salazar

(2017) evalúa la importancia de la productividad considerando el aprovechamiento del factor humano para el mejoramiento

de las operaciones (Petter *et al.*, 2017; Suzigan *et al.*, 2018) desempeño y competitividad (Ibarra *et al.*, 2017; Rosenfeld,

2017). En este sentido, las organizaciones orientan sus esfuerzos a alcanzar los objetivos relacionados con la medición de las capacidades tecnológicas, eficiencia y costos, lo que permite obtener mayores ventajas competitivas (Lieberman y Kang, 2008; Mohr *et al.*, 2012) y un incremento en el volumen de la demanda agregada y dinamización de la economía (Fontalvo *et al.*, 2012b; Morelos *et al.*, 2013). La productividad también se concibe como un elemento esencial en el análisis de la efectividad de la minería extractiva, siendo la mejor opción para la racionalización de los recursos (Plag, 2006; Syverson, 2011), además, es relevante en el estudio de las dinámicas económicas y como se crea valor en las organizaciones (Kantis *et al.*, 2002).

Para el análisis en esta investigación se muestra la variabilidad de los indicadores de productividad y financieros en el sector de extracción y explotación de minerales en Colombia, mediante la aplicación del análisis discriminante, el cual es una técnica estadística multivariada (Mylonakis y Diacogiannis, 2010; Tabachnick y Fidell, 2013). El objetivo básico del análisis discriminante, se orienta a la caracterización de los grupos que permitan establecer elementos o variables de diferenciación entre grupos (De la Hoz *et al.*, 2014).

Para analizar la forma como discriminan los indicadores de productividad y financieros del sector de extracción y minerales en Colombia, se utilizó la distancia D2 de Mahalanobis (Portillo y Mendoza, 2008). Este procedimiento utiliza la máxima distancia D2 de Mahalanobis entre dos grupos poblacionales Ω_i y Ω_j con vectores de medias μ_i , μ_j y matriz inversa de varianzas-covarianzas entre grupos Σ^{-1} dada por

$$D2(\Omega_i, \Omega_j) = (\mu_i - \mu_j)' \Sigma^{-1} (\mu_i - \mu_j) \quad (1)$$

Como criterio de clasificación se utilizó la regla de Bayes, para lo cual se desarrolló la función discriminante de la forma de la Ec. 2:

$$B(x) = \log L_1(x) - \log L_2(x) + \log(q_1/q_2) \quad (2)$$

Con $L_1(x)$ y $L_2(x)$ la probabilidad de la observación x en los grupos poblacionales Ω_1 y Ω_2 , respectivamente. Si $B(x) > 0$, la observación w se asigna al grupo Ω_1 , de lo contrario, al grupo Ω_2 . Según el teorema de Bayes, la probabilidad *a posteriori* de que la observación w pertenezca a cada una de las poblaciones es (ver Ec. 3 y 4):

$$P(\omega \in \Omega_1 | x) = \frac{q_1 L_1(x)}{q_1 L_1(x) + q_2 L_2(x)} \quad (3)$$

$$P(\omega \in \Omega_2 | x) = \frac{q_2 L_2(x)}{q_1 L_1(x) + q_2 L_2(x)} \quad (4)$$

Siendo q_1 y q_2 las probabilidades a priori de que la observación w , pertenezca al grupo Ω_i y Ω_j , respectivamente. A continuación, se describe la metodología utilizada en la investigación, se analizan y discuten los resultados más relevantes y se presentan las conclusiones sustentadas en los resultados.

Metodología

Se seleccionaron los indicadores de productividad siguientes: razón utilidad bruta y valor agregado (IP1), razón utilidad operacional y valor agregado (IP2), razón utilidad neta y valor agregado (IP3), productividad del capital (IP4), razón utilidad operacional y capital de trabajo (IP5) y razón utilidad neta y capital de trabajo (IP6), así como los siguientes indicadores financieros: margen bruto (IF1), margen operacional (IF2) y margen neto (IF3), los que fueron calculados a partir

de los rubros declarados en los estados financieros de las empresas del sector extracción en Colombia. La información fue tomada del Sistema de Información y Reporte Empresarial (SIREM) de la Superintendencia de Sociedades de Colombia, y se consideraron empresas que reportaron la información asociada en forma completa: 201 empresas en el año 2014 y 191 en el año 2015. A partir de un análisis racional se contextualizó y adaptó la técnica de análisis discriminante multivariado (ADM), para analizar, contrastar y proyectar las poblaciones objeto de esta investigación. En el análisis discriminante se revisan y conceptualizan los supuestos y parámetros asociados a la técnica, para lo cual se utilizó el software IBM SPSS Statistics versión 25 con el método de inclusión por pasos, el estadístico M de Box, con probabilidades previas calculadas según tamaño de los grupos. La generación de conocimiento se logra mediante la adaptación de los referentes teóricos del análisis discriminante a los indicadores de productividad y financieros del sector extracción, utilizando el análisis empírico fundamentado en la descripción y la inferencia estadística.

En la Figura 1 se expone el método multivariante para analizar y proyectar el comportamiento de las razones financieras de los grupos empresariales del sector extracción en Colombia.

Resultados

La metodología utilizada, requiere la verificación de los supuestos de normalidad, homo-

TABLA II
RESULTADOS
PRUEBA M DE BOX

| M de Box | | 35,952 |
|----------|---------|------------|
| F | Aprox. | 35,863 |
| | gl1 | 1 |
| | gl2 | 455500,526 |
| | Signif. | 0,000 |

geneidad de las matrices de varianza-covarianza, linealidad y multicolinealidad.

Supuesto de Normalidad: Según Lachenbruch (1975) las violaciones menores de la hipótesis de normalidad en el análisis discriminante no son particularmente importantes. Así mismo, Tabachnick y Fidell (2013) resaltan la robustez de esta técnica ante la violación del supuesto de multinormalidad en poblaciones con tamaño superior a 20 observaciones. En este sentido, en esta investigación se utilizaron como muestra a 201 empresas para el año 2014 y a 191 empresas para 2015. Por lo anterior, no se realizaron pruebas de normalidad.

Homogeneidad de matrices varianza-covarianza: La hipótesis de igualdad de las matrices de varianza-covarianza se verificó a través de la prueba M de Box. La Tabla II, muestra los resultados de la prueba; se puede observar que el estadístico de contraste $M = 35,952$ (mayor al nivel de significancia de 0,05) para un F de Snedecor de $\sim 35,863$ y un p-valor (significancia) = 0,000 permiten rechazar la hipótesis nula de que las matrices varianza-covarianza poblacionales son iguales. Complementariamente, en la Tabla III el estadístico Lambda de Wilk (λ) cuya hipótesis nula hace

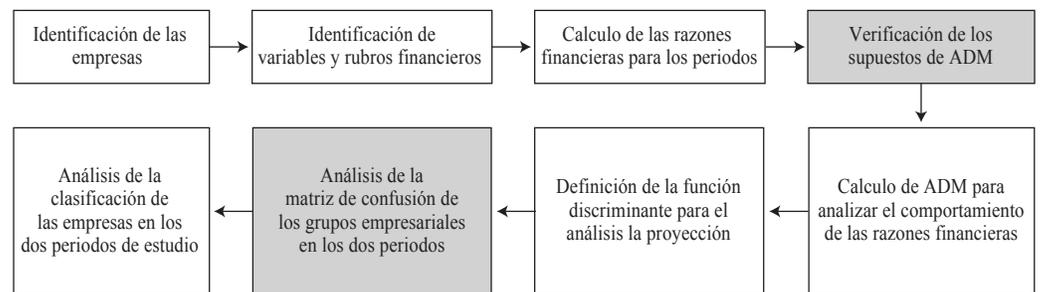


Figura 1. Método multivariante para analizar y proyectar el comportamiento de las razones grupos empresariales del sector extracción en Colombia

TABLA III
LAMBDA DE WILKS

| Contraste de la función | Lambda de Wilks | Chic cuadrado | Grados de libertad | Significancia |
|-------------------------|-----------------|---------------|--------------------|---------------|
| 1 | 0,934 | 26,766 | 1 | 0,000 |

referencia a la no existencia de diferencias en las puntuaciones otorgadas a las diferentes variables independientes entre las empresas del sector extracción de minerales evaluadas en los periodos 2014 y 2015 permite, con un valor alto de λ (0,934) y un p-valor (significancia)= 0,000 rechazar la hipótesis nula de que los grupos poblacionales de empresas comparadas tienen promedios iguales en sus variables discriminantes y, en consecuencia, se verifica la diferencia entre grupos.

Linealidad y multicolinealidad y singularidad: Este supuesto no se evaluó teniendo en cuenta que en la aplicación y construcción del modelo lineal de clasificación se utilizó el método paso a paso o por etapas, el cual permite utilizar el criterio de tolerancias en la selección de las variables discriminantes determinadas.

Para realizar la selección de las variables que presentaron

mejor clasificación entre grupos, se utilizó como criterio la medida de distancia D2 de Mahalanobis, lo cual permitió definir los coeficientes de las funciones discriminantes:

$$Z_{2014} = 2,3 \times IF1 + K \times (-1,214) \quad (5)$$

$$Z_{2015} = 1,128 \times IF1 + K \times (-0,85) \quad (6)$$

A partir de la formulación de las Ecs. 5 y 6, se pudo establecer la predicción del comportamiento del modelo de clasificación de las empresas seleccionadas del sector extractivo de Colombia para los años 2014 y 2015. Igualmente, los coeficientes de las funciones discriminantes de los años de análisis permitieron identificar en cada una de ésta, la importancia relativa de sus magnitudes respecto a las variables utilizadas. Los resultados muestran que solo la variable margen bruto IF1 tiene poder discriminante.

TABLA IV
RESULTADOS DE LA CLASIFICACIÓN

| | Año | Predicción grupo de pertenencia | | Total | |
|--|------------|---------------------------------|--------------|--------------|----------------|
| | | 2014 | 2015 | | |
| | | Original | Recuento | | 2014 2015 |
| | Porcentaje | 2014 2015 | 55,2 34,0 | 44,8 66,0 | 100,0 100,0 |

TABLA V
MEDIAS DE LOS INDICADORES FINANCIEROS Y DE PRODUCTIVIDAD

| Indicador | 2014 | | 2015 | |
|-----------|-----------|-----------------|---------|-----------------|
| | Media | División típica | Media | División típica |
| IF1 | 0,4744 | 0,35093 | 0,2327 | 0,54194 |
| IF2 | -0,0078 | 0,72837 | -0,3157 | 3,11451 |
| IF3 | 43,4794 | 610,84856 | -0,4234 | 3,27056 |
| IP1 | 0,3883 | 1,42879 | 0,2028 | 0,58374 |
| IP2 | 0,0574 | 0,49100 | -0,2217 | 3,23009 |
| IP3 | 4,6808 | 55,56557 | -0,0808 | 4,97241 |
| IP4 | 1217,4121 | 13409,39425 | 1,2954 | 1,69204 |
| IP5 | 55,2648 | 568,46661 | 0,0181 | 0,42543 |
| IP6 | -473,2165 | 6152,83685 | -0,0578 | 0,52444 |

Con relación a los resultados obtenidos en la ‘matriz de confusión’, se tiene que de las empresas seleccionadas, 111 del 2014 y 126 del 2015 presentaron diferencias significativas entre sus grupos poblacionales (Tabla IV). En total, este modelo discriminante presentó una clasificación correcta del 60,6% de los casos. En la Tabla V se presentan los estadísticos media y desviación típica, utilizados para determinar dentro del conjunto de indicadores, las variaciones diferenciales presentadas en las actividades productivas y resultados financieros de las empresas del clúster de extracción para los años 2014 y 2015, como se observa con el comportamiento decreciente de un periodo a otro de los indicadores eficiencia productiva, razón utilidad bruta y valor agregado (IP1), razón utilidad operacional y valor agregado (IP2), razón utilidad neta y valor agregado (IP3), razón valor agregado y capital de trabajo (IP4), y utilidad operacional y capital de trabajo (IP5); ello explica que las empresas del sector no mostraron buenos desempeños operacionales, que permitieran la generación de valor de sus procesos productivos. Contrario a los resultados de los indicadores productividad analizados, el indicador utilidad neta y capital de trabajo (IP6) presentó una importante mejora muy a pesar a que se mantuvo negativo (-473, 2 a -0,05) debido principalmente a la discreta recuperación del sector para el año 2015, de su flujo de recursos corrientes y aprovechamiento de las capacidades de los activos fijos. Con relación a los indicadores financieros margen bruto (IF1), margen operacional (IF2) y margen neto (IF3), éstos presentaron sistemáticamente un decrecimiento de un periodo (2014) a otro (2015), lo que permite inferir el impacto nulo y baja correlación de las capacidades productivas vs impulso de crecimiento en ventas del sector, para incidir en el mejoramiento y crecimiento de rendimientos financieros de las empresas mineras.

Conclusiones

La utilización de la técnica de análisis discriminante permitió evaluar la significancia y clasificación entre grupos de variables de indicadores de productividad y financieros del sector extractivo de minerales de Colombia. El modelo presentó una precisión para el año 2014 de 55,2% y para 2015 de 66%, con una clasificación total correcta del 60,6% de los casos. En relación a los estadísticos analizados los indicadores de productividad valor agregado y capital de trabajo (IP4), y utilidad neta y capital de trabajo (IP6), estos presentaron un comportamiento decreciente, lo que muestra dificultades en los desempeños operacionales y mejoras en la aplicación y desarrollo de innovaciones tecnológicas. Lo anterior es consecuente con el discreto comportamiento presentado por el indicador financiero margen operacional, lo que resalta la poca capacidad de las empresas extractivas para apalancar los ingresos y crecimiento del sector.

La función discriminante establecida permite analizar y proyectar la pertenencia de las empresas en los grupos analizados, con lo cual se pueden tomar las decisiones que conlleven al desarrollo productivo de sector extractivo en Colombia. Cabe señalar que Fontalvo *et al.*, 2012c demostraron la pertinencia y efectividad del ADM, para evaluar y clasificar grupos empresariales en organizaciones de diferentes sectores. Asimismo, autores como Londoño (2017) y Corominas (2014) utilizaron la técnica AMD, para demostrar mediante el modelo el riesgo o susceptibilidad de los deslizamientos de tierra a escalas regionales productivas de exploración. En sectores tales como el comercio, el uso de esta técnica ha permitido la discriminación de grupos de trabajadores con empleo formal y con empleo informal (Varela *et al.*, 2013; Portal, 2018; Silva, 2018). En este sentido, este aporte es útil como referente teórico, práctico y metodológico para futuras

investigaciones en el análisis, contrastación y toma de decisiones gerenciales en las organizaciones.

REFERENCIAS

- Collana-Salazar Y (2017) Rotación del personal, absentismo laboral y productividad de los trabajadores. *San Martín Emprendedor* 6(2): 40-49.
- Corominas J, van Westen C, Frattini P, Cascini L, Malet JP, Fotopoulou S, Pitolakis K (2014) Recommendations for the quantitative analysis of landslides. *Bull. Eng. Geol. Environ.* 73(2): 209-263.
- De la Hoz E, Fontalvo T, Morelos J (2014) Evaluación del comportamiento de los indicadores de productividad y rentabilidad financiera del sector petróleo y gas en Colombia mediante el análisis discriminante. *Contad. Admin.* 59(4): 167-191.
- Del Gatto M, Di Liberto A, Petraglia C (2011) Measuring productivity. *J. Econ. Surv.* 25: 952-1008.
- Diewert W (2012) The measurement of productivity in the nonmarket sector. *J. Product. Anal.* 37: 217-229.
- Fontalvo T, De la Hoz E, Vergara J (2012a) Aplicación de análisis discriminante para evaluar el mejoramiento de los indicadores financieros en las empresas del sector alimento de Barranquilla-Colombia. *Ingeniare* 20: 320-330.
- Fontalvo T, Morelos J, De La Hoz E (2012b) Aplicación de análisis discriminante para evaluar el comportamiento de los indicadores financieros en las empresas del sector carbón en Colombia. *Entramado* 8(2): 64-73.
- Fontalvo T, Morelos J, De La Hoz E (2012c) Aplicación del análisis discriminante para evaluar el mejoramiento de los indicadores financieros en las empresas del sector extracción de petróleo crudo y gas natural en Colombia. *Soluciones de Postgrado* 4(7): 11-26.
- Gal P (2013) Measuring total factor productivity at the firm level using OECD-ORBIS. Organisation for Economic Co-operation and Development Publishing. 41.
- Ibarra Cisneros, M.A., González Torres, L.A., & Demuner Flores, M.D.R. (2017). Competitividad empresarial de las pequeñas y medianas empresas manufactureras de Baja California. *Estudios fronterizos*, 18(35), 107-130.
- Juárez F. (2016) La minería ilegal en Colombia: un conflicto de narrativas. *El Ágora U.S.B.* 16(1): 135-146.
- Kantis H, Ishida M, Komori M (2002) Empresarialidad en economías emergentes: creación y desarrollo de nuevas empresas en América Latina y el este de Asia. Banco Interamericano de Desarrollo. 1-139.
- Lai Z, Xu Y, Yang J, Tang, J, Zhang, D (2013) Sparse tensor discriminant analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22(10): 3904-3915.
- Lieberman M, Kang J (2008) How to measure company productivity using value-added: A focus on Pohang Steel. *Asia Pacific Journal of Management*. 25(2): 209-224.
- Londoño-Linares, J.P. (2017). Cálculo de susceptibilidad a deslizamientos mediante análisis discriminante. Aplicación a escala regional. *DYNA*, 84(201), pp. 278-289.
- Ministerio de Minas y Energía (2010) Anuario estadístico minero colombiano. pp. 88-94.
- Mohr S, Somers K, Swartz S, Vanthournout H (2012) Manufacturing resource productivity. *McKinsey Quarterly*. p. 8.
- Morelos J, Fontalvo T, Vergara J (2013) Incidencia de la certificación ISO 9001 en los indicadores de productividad y utilidad financiera de empresas de la zona industrial de Mamonal en Cartagena. *Estudios gerenciales*. 29(126): 99-109.
- Mylonakis J, Diacogiannis G (2010) Evaluating the likelihood of using linear discriminant analysis as a commercial bank card owners credit scoring model. *International Business Research*, 3(2): 9.
- Portal, M., Feito, D., Ramírez, N (2018). Determinantes del financiamiento externo en microempresas mexicanas. *Revista ESPACIOS*, 39(18).
- Petter, R.R.H., Resende, L.M. de Andrade P. (2017). Measurement of Cooperative Performance of Micro and Small Companies in Horizontal Cooperation Networks. *Journal of Contemporary Management*, 1-14.
- Plag I (2006) Productivity. In *The Handbook of English Linguistics* pp. 537-556.
- Portillo M, Mendonza J (2008) P. Ch. Mahalanobis y las aplicaciones de su distancia estadística. *Culecyt*. 27: 13-20.
- Rosenfeld, S.A. (2017). *Competitive manufacturing: New strategies for regional development*. Routledge.
- Silva Montenegro, V (2018). Fracaso empresarial, análisis del sector comercio mediante logit y análisis discriminante. 1(1).
- Syversen C (2011) What Determines Productivity? *Journal of Economic Literature*. 49(2): 326-365.
- Suzigan, W., García, R., Furtado J (2018). Sistemas locales de producción en Brasil: indicadores cuantitativos, estudios de campo y políticas. *Revista Análisis Económico*, 25(60), 29-54.
- Tabachnick B, Fidell L (2013) *Using Multivariate Statistics*. PsycCritiques. 28: 16-3.
- Topp V, Bloch H, Soames L, Parhan D (2008) Productivity in the Mining Industry: Measurement and Interpretation. Australian Government. p. 176.
- UPME (2015) Plan Energético Nacional Colombia: Ideario Energético 2050. Unidad de Planeación Minero Energética, Republica de Colombia. p. 184.
- UPME (2016) Balance Minero Energético 2010.
- Varela-Llamas, R., Castillo-Ponce, R.A., Ocegueda-Hernández, J.M. (2013). El empleo formal e informal en México: un análisis discriminante. *Papeles de población*, 19(78), 111-140.